МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.9:531.3 DOI 10.12737/20344

Особенности формирования притягивающих многообразий в окрестности стационарных траекторий попутного фрезерования концевыми фрезами*

В. Л. Заковоротный[1], А. А Губанова[2], А. Д. Лукьянов[3]**

[1, 2, 3] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Attracting manifolds forming features in neighborhood of cutdown endmilling trajectories***

V. L. Zakovorotny[1], A. A. Gubanova[2], A. D. Lukyanov[3]**

[1, 2, 3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью работы является анализ притягивающих множеств, формируемых при фрезеровании концевыми фрезами. Предварительно рассмотрено формирование стационарных траекторий периодических деформационных смещений инструмента относительно заготовки и их устойчивости. В данном случае движения образуют притягивающее множество, задаваемое траекториями периодических изменений толщины и ширины срезаемого слоя каждым зубом фрезы с учетом деформационных смещений. В отличие от ранее рассмотренных случаев, в статье анализируются притягивающие множества, формируемые при потере устойчивости стационарной траектории. Показано, что в зависимости от параметров системы и технологических режимов в динамической системе фрезерования могут формироваться притягивающие множества типа предельных циклов, инвариантных торов и странных (хаотических) аттракторов. При этом анализируются два случая. В первом параметры системы (прежде всего — скорости резания) позволяют пренебречь изменениями коэффициентов в дифференциальных уравнениях в пределах импульсной реакции системы. Во втором случае параметры системы изменяются в пределах импульсной реакции системы — и в ней образуется дополнительный источник параметрического самовозбуждения. Значительное внимание в статье уделено анализу бифуркаций притягивающих множеств в параметрическом пространстве: дается общий анализ и приводятся примеры. Притягивающие множества анализируются под углом зрения их влияния на параметры качества изготовления деталей.

The work objective is to analyze the attracting manifolds generated under the endmilling. The formation of the periodic stationary trajectories of the tool deformation displacements in relation to the workpiece and their sustainability is previously considered. In this case, the movements form the attracting manifold defined by the trajectories of the periodic changes in the thickness and width of the cut-off layer by each cutter tooth taking into account the deformation displacements. As opposed to the previously considered cases, the paper focuses on the attracting manifolds generated at the buckling failure of the stationary trajectory. It is shown that depending on the system parameters and the process conditions in the dynamic milling system, the attracting manifolds of limit cycles, invariant tori, and strange (chaotic) attractors can be formed. In this context, two cases are analyzed. The first relates to the system parameters (primarily the cutting speed) which allow neglecting the coefficient variations in the differential equations within the impulsive reaction of the system. In the second case, the system parameters vary within the impulsive reaction of the system, and an additional source of the parametric self-excitation is formed in it. Considerable attention is paid to the analysis of the attracting manifold bifurcations in a parameter space: an overview and examples are provided. The attracting sets are analyzed from the perspective of their impact on the quality parameters of the parts production.

Ключевые слова: процесс фрезерования концевыми фрезами, притягивающие множества, бифуркации, управление, параметры качества изготовления деталей.

Keywords: endmilling operation, attracting manifolds, bifurcations, control, quality parameters of parts production.

Введение. В последние два десятилетия при изучении свойств эволюции и самоорганизации широко используется синергетическая парадигма [1–4]. Ее применение для управления сложными нелинейными объектами нашло свое отражение в работах [5–8]. При создании систем управления динамической системой резания также используются основы синергетической теории управления [7–14]. В этом случае управление, в том числе на основе построения программы ЧПУ, включает определение желаемых траекторий формообразующих движений и соответствующих им

* Работа выполнена по гранту РФФИ №14-08-00206а.

** E-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru, anatoliya81@mail.ru, lex1998@rambler.ru

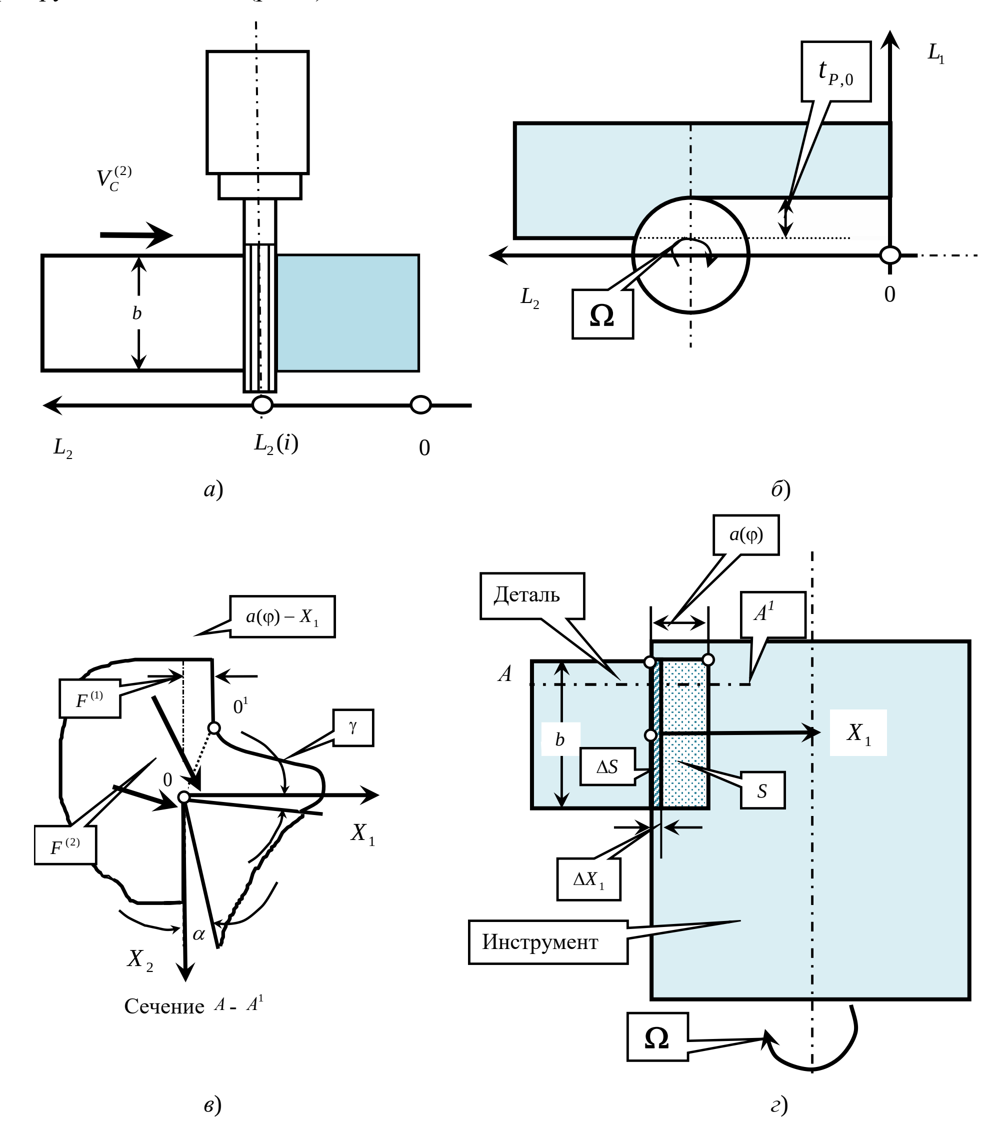
*** The research is done on RFFI grant no. 14-08-00206a.

траекторий движения исполнительных элементов станка. При решении этой задачи принципиально важно знать свойства тех притягивающих множеств, которые самостоятельно образуются в окрестности формообразующих движений инструмента относительно обрабатываемой детали. Необходимо также уметь управлять этими множествами, влияющими на качество поверхности, формируемой при резании. Наконец, раскрытие свойств притягивающих множеств, формирующих сигнал виброакустической эмиссии, открывает новые пути построения информационных моделей для диагностирования процесса [15].

Изучение притягивающих множеств связано с рассмотрением динамической системы резания, изучению которой посвящено множество известных исследований [16–32]. Фрезерование является наиболее сложным процессом резания [33–46]. Это обусловлено его нестационарностью. Параметры длины и толщины срезаемого слоя каждым режущим лезвием периодически изменяются. Поэтому в подвижной системе координат, движение которой определяется траекториями исполнительных элементов, стационарным, установившимся состоянием является не точка равновесия (как при точении), а замкнутая траектория. В связи с этим уравнение динамики имеет периодически изменяющиеся коэффициенты.

Рассмотрим процесс фрезерования на станках, имеющих до пяти координат управления при обработке деталей, параметры жесткости которых существенно изменяются вдоль траектории движения инструмента [44–46]. В настоящей статье, в отличие от известных исследований, учитываются несколько источников самовозбуждения и связи, обусловленные взаимодействиями передней и задней поверхностей инструмента с деталью. Здесь можно рассматривать два случая. Первый — обработка с малыми частотами вращения шпинделя, когда в системе в пределах импульсной реакции параметры можно считать замороженными. Второй — обработка с большими частотами вращения, когда параметры нельзя считать замороженными.

Математическая модель. Рассмотрим попутное фрезерование боковыми лезвиями прямозубой концевой фрезой недеформируемой заготовки (рис.1).



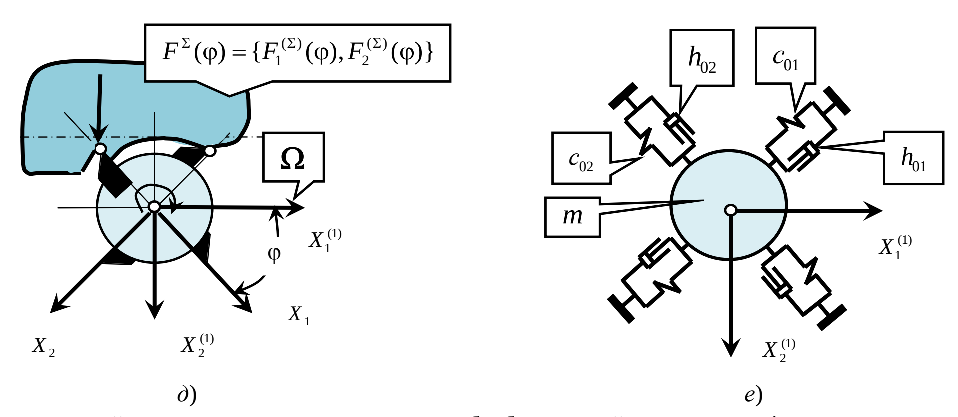


Рис. 1. Схема взаимодействия подсистем инструмента и обрабатываемой заготовки: деформации при движении стола в направлении образующей L_2 (*а*), (*б*); деформационные смещения в подвижной системе координат (*в*), (*г*); силы резания в координатах состояния (*д*); учет матриц инерционных, диссипативных и упругих коэффициентов подсистемы инструмента (*е*)

Деформации рассматриваются в плоскости, нормальной к оси инструмента. Считается, что ширина b обрабатываемой заготовки постоянна, то есть $b=const$. Толщина срезаемого слоя определяется $a(\phi)=a_к(\phi)-X_1(\phi)$. Здесь $a_к(\phi)$ — кинематическая составляющая толщины, зависящая от угла ϕ поворота фрезы. Она не учитывает упругие деформационные смещения инструмента и является периодической функцией угла.

Введем в рассмотрение понятие стационарной траектории деформационных смещений $X^*(\phi)=\{X_1^*(\phi),X_2^*(\phi)\}^T$. Она характеризует установившиеся упругие деформационные смещения инструмента и является периодической функцией ϕ с тем же периодом. Если в системе сформировалась стационарная траектория, то для нее справедливо: $a(\phi)=a(\phi-i\Delta\phi)$, $a_k(\phi)=a_k(\phi-i\Delta\phi)$, $X^*(\phi)=X^*(\phi-i\Delta\phi), i=0,1,2,...$ Рассматривается случай $\Omega=const$, где Ω — циклическая частота вращения фрезы. Тогда $\phi=\int_0^t\Omega dt=\Omega t$. Следовательно, справедливо: $a(t)=a(t-iT)$, $a_k(t)=a_k(t-iT)$, $X^*(t)=X^*(t-iT), i=0,1,2...$

Рассмотрим две системы координат. Первая имеет начало координат в центре фрезы без учета упругих деформационных смещений. В этой системе $X^{(1)}=\{X_1^{(1)},X_2^{(1)}\}^T\subset\aleph^{(1)}$ рассматриваются деформации центра фрезы. В частности, при продольном фрезеровании система движется по направлению L_2 со скоростью $V_C^{(2)}$ (рис. 1). В общем случае траектория центра вращения фрезы без учета ее упругих деформационных смещений определяется двумя фазовыми траекториями $(V_C^{(1)}=dL_1/dt,L_1)$ и $(V_C^{(2)}=dL_2/dt,L_2)$. Это программа ЧПУ станка.

Вторая система привязана к кинематической траектории движения вершины режущего лезвия. В данной системе рассматриваются деформационные смещения вершины режущего лезвия $X=\{X_1,X_2\}^T\subset\aleph$. Связь между $\aleph$ и $\aleph^{(1)}$ определяется

$$X^{(1)}=S^{(1)}X\ ,\ X=SX^{(1)}, \tag{1}$$

где

$$S^{(1)}=\begin{bmatrix}\sin\varphi & \cos\varphi\\ -\cos\varphi & \sin\varphi\end{bmatrix},\ S=\begin{bmatrix}\sin\varphi & -\cos\varphi\\ \cos\varphi & \sin\varphi\end{bmatrix}. \tag{2}$$

Так как $\Omega=const$, то операторы $S(\Omega t)$ и $S^{(1)}(\Omega t)$ есть периодические функции времени. При рассмотрении системы в пространстве $\aleph$ фрезерование имеет свойства, аналогичные точению, но обработка ведется с периодически изменяющейся толщиной срезаемого слоя. Пусть в этом пространстве заданы силы, действующие на режущее лезвие. Тогда в пространстве $\aleph$

$$m\frac{d^2X}{dt^2}+h\frac{dX}{dt}+cX=F^{\Sigma}(t), \tag{3}$$

где $m = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$, $h = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} \\ h_{1,2} & h_{2,2} \end{bmatrix}$, $c = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} \end{bmatrix}$ — матрицы инерционных, диссипативных и упругих коэффициентов инструмента; $F^{\Sigma}(t) = \{F_1^{(\Sigma)}(t), F_2^{(\Sigma)}(t)\}^T$.

Параметры m, h и c можно определить по правилам, изложенным, например, в [7, 8, 47–49].

При полной симметрии инструмента матрицы h, c не только симметричные, но и диагональные [50]. Кроме того, они имеют равные коэффициенты и не изменяются при переходе от пространства $\aleph$ к $\aleph^{(1)}$. Использование синергетического подхода требует выяснения законов взаимодействия системы со средой [3–7] (в нашем случае — с процессом резания). Поэтому необходимо силы резания представить в координатах состояния. Они определяются суммой сил $F^{\Sigma} = F^{(1)} + F^{(2)}$ (рис. 1).

Следуя [7, 8, 47–49], можно утверждать:
— силы возрастают при увеличении площади срезаемого слоя;
— имеет место запаздывание между изменениями площади и вариациями сил;
— при увеличении скорости резания наблюдается уменьшение сил, которое в скоростном диапазоне (40–180) м/мин можно считать экспоненциальным.

Сила $F^{(2)}$ резко увеличивается при увеличении скорости движения инструмента в сторону заготовки. Зависимость этой силы от колебательной скорости характеризует нелинейное демпфирование. Кроме этого используется гипотеза о неизменности ориентации сил в установившемся состоянии. Она определяется для силы $F^{(1)}$ угловыми коэффициентами χ_1 и χ_2. Для силы $F^{(2)}$ — $\chi_1^{(1)}$ и $\chi_2^{(1)}$. Этим свойствам соответствуют следующие представления сил $F^{\Sigma}(t) = \{F_1^{(\Sigma)}(t), F_2^{(\Sigma)}(t)\}^T$:

$$\begin{cases} F_1^{(\Sigma)}(X_1, X_2) = \chi_1 \rho_0 [1 + \mu \exp(-\alpha_1 (V - \frac{dX_2}{dt}))] \cdot b \cdot [a_k(t) - Y_1] + \chi_1^{(1)} F^{(0)} \cdot \exp[-\alpha_2 dX_1 / dt]; \\ F_2^{(\Sigma)}(X_1, X_2) = \chi_2 \rho_0 [1 + \mu \exp(-\alpha_1 (V - \frac{dX_2}{dt}))] \cdot b \cdot [a_k(t) - Y_2] + \chi_2^{(1)} F^{(0)} \cdot \exp[-\alpha_2 dX_1 / dt]; \\ T_1 \frac{dY_1}{dt} + Y_1 = X_1; \\ T_2 \frac{dY_2}{dt} + Y_2 = X_1, \end{cases} \quad (4)$$

где T_1, T_2 — постоянные времени, моделирующие запаздывание сил по отношению к смещениям, с, причем $T_2 \rangle T_1$ (таким образом учитывается фазовый сдвиг между вариациями сил в направлениях X_1, X_2); ρ_0 — давление стружки на переднюю грань инструмента, кг/мм^2; $F_1^{(0)}$ — сила, действующая на заднюю грань в состоянии равновесия, кг; α_1, α_2 — параметры, определяющие крутизну изменения сил, с/мм; V — скорость резания.

Модель (3), дополненная (4), описывает динамику фрезерования.

Здесь обработка ведется без перекрытия контактов зубьями фрезы.

Бифуркации динамической системы при отсутствии параметрического самовозбуждения. При малой скорости резания изменениями параметров системы (3) с учетом (4) в пределах импульсной реакции можно пренебречь и рассматривать систему с замороженными коэффициентами [51]. В этом случае необходимо анализировать свойства системы для $a_k \in (a_k^{(1)}, a_k^{(2)})$ [52–59], то есть при постоянных параметрах на этом отрезке. Рассматриваемая система моделирует два взаимосвязанных колебательных контура, которые имеют два источника самовозбуждения. Один обусловлен запаздыванием сил, второй вызван существованием участка, в котором увеличению скорости соответствует уменьшение сил. Поэтому в зависимости от параметров могут существовать три притягивающих множества: точка равновесия, предельный цикл, двумерный инвариантный тор.

Рассмотрим систему, параметры которой приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры динамической модели инструмента

m, кг·с^2/мм	h, кг·с/мм	c, кг/мм
$\begin{bmatrix} 0,98\cdot 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0,98\cdot 10^{-3} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 & 0,0 \\ 0,0 & 12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 500 & 0,0 \\ 0,0 & 500 \end{bmatrix}$

Рассмотрим процесс продольного попутного фрезерования стали 20Х. Основные геометрические параметры инструмента: $\gamma = 6^0$, $\alpha = 20^0$. Частота собственных колебаний инструмента без динамической связи, формируемой процессом резания: $\omega_0 = 710,0$ *Гц* . Частоты системы с учетом динамической связи, формируемой процессом резания: $\omega_{0,1}^{(2)} = 1540$ *Гц* , $\omega_{0,2}^{(2)} = 840$ *Гц* .

Образование двух частот обусловлено тем, что за счет реакции со стороны резания, матрицы упругости становятся, во-первых, несимметричными, во- вторых, не диагональными.

Давление стружки на переднюю поверхность инструмента — $\rho_0 = (45,0 - 60,0)$ *кг / мм*^{2} .

Коэффициенты ориентации силы: $\chi_1 = 0,6$, $\chi_2 = 0,8$, $\chi_1^{(1)} = 1$, $\chi_2^{(1)} = 0$. Они удовлетворяют условиям нормировки — например, $(\chi_1)^2 + (\chi_2)^2 = 1$. Чтобы варьировать основные параметры динамической характеристики процесса резания, изменялись технологические режимы:

— скорость резания в пределах 30–110 м/мин;

— ширина срезаемого слоя в пределах 5,0–20,0 мм.

Величина подачи на зуб неизменна и равна 0,1 мм/об. Проанализируем диаграмму (рис. 2) в плоскости параметров $T_1 - \rho$.

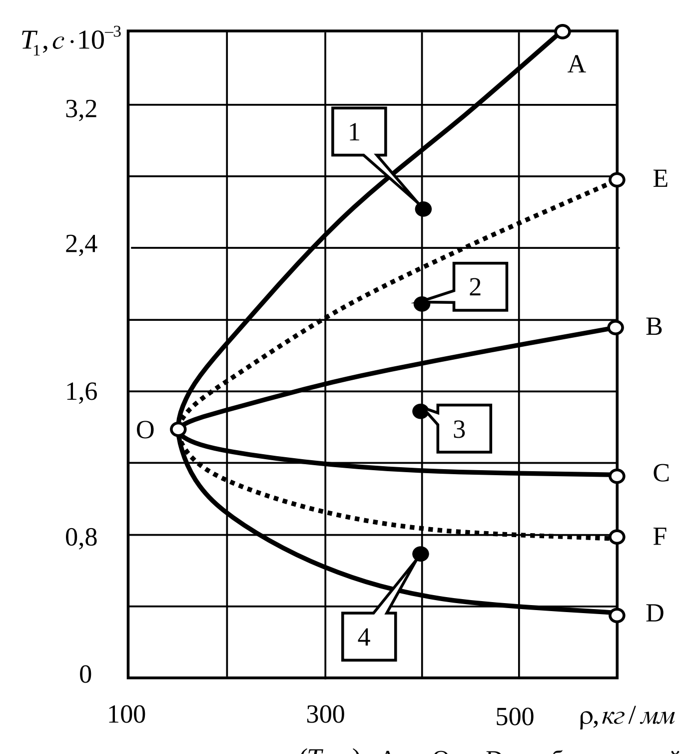


Рис. 2. Бифуркационная диаграмма в плоскости (T_1, ρ) : A — O — D — область устойчивости равновесия; B — O — C — область формирования двумерного инвариантного тора; A — O — B — область формирования орбитально-асимптотически устойчивого предельного цикла на низкой частоте; C — O — D — область формирования орбитально-асимптотически устойчивого предельного цикла на высокой частоте

Здесь принято $T_1 = 0,5T_2$. Для точек 1, 2, 3, 4 на рис. 3 приведены фазовые траектории в сечениях фазового пространства.

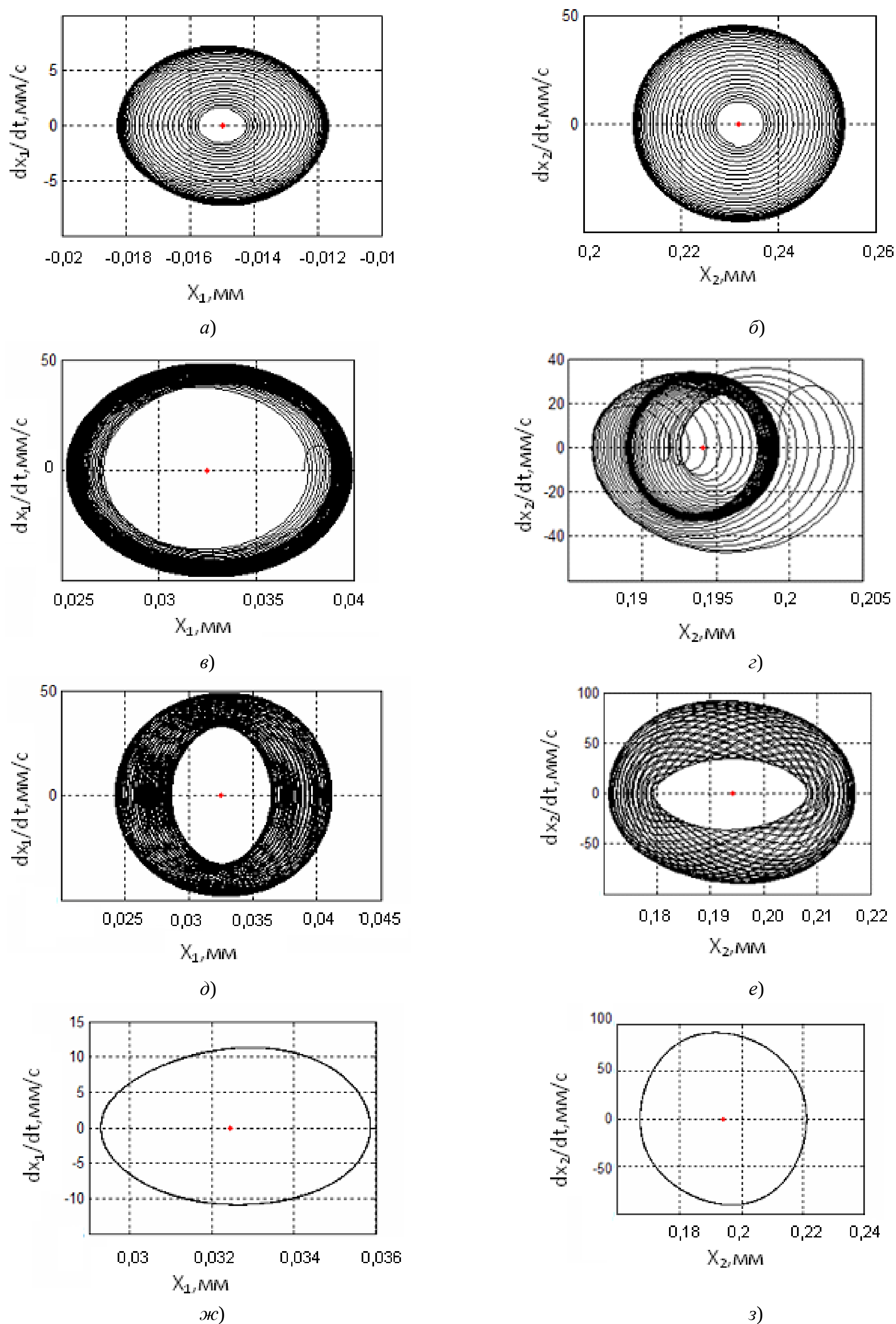


Рис. 3. Фазовые траектории системы, соответствующие точкам 1 (*а*), (*б*); 2 (*в*), (*г*); 3 (*д*), (*е*); 4 (*ж*), (*з*) на рис. 2

Все фазовые траектории сверху вниз соответствуют точкам 1, 2, 3, 4 на рис. 2. Кроме того, на рис. 2 приведены также области D-разбиения для линеаризованного в окрестности равновесия уравнения. Они показаны пунктирными кривыми. На участках A — O — D пунктирные кривые совпадают с границами бифуркационной диаграммы, поэтому они сливаются с границами областей D- разбиения. Они определяют четыре области:

— область, в которой все корни характеристического полинома линеаризованной системы расположены в отрицательной комплексной полуплоскости A — O — D;

— области, в которых пара комплексно сопряженных корней расположена в правой комплексной полуплоскости A — O — E и F — O — D;
— область, в которой две пары комплексно сопряженных корней расположены в правой комплексной полуплоскости E — O — F (рис. 2).

Как видно (рис. 2), границы областей D-разбиения не совпадают с границами бифуркаций притягивающих множеств в параметрическом пространстве. Для объяснения этого можно рассмотреть фазовые траектории (рис. 3), соответствующие точкам 1, 2, 3, 4. Временные диаграммы для точки 2 приведены на рис. 4.

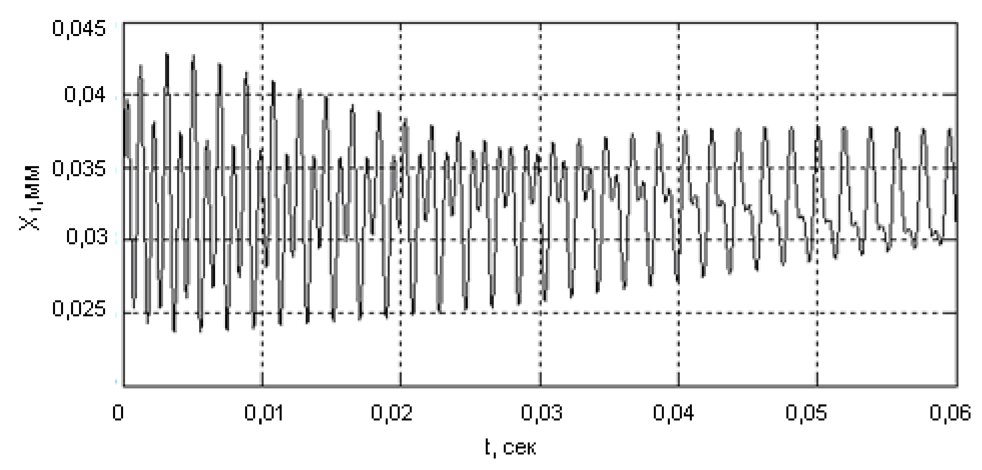
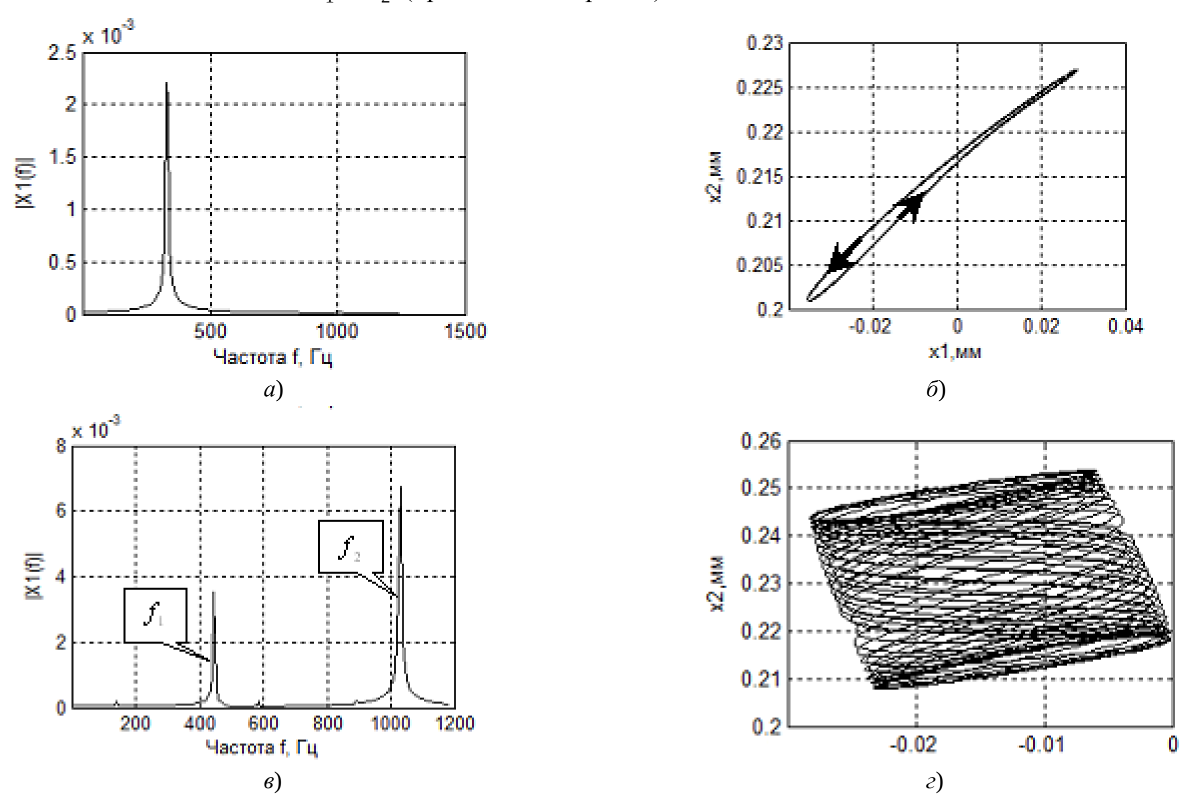
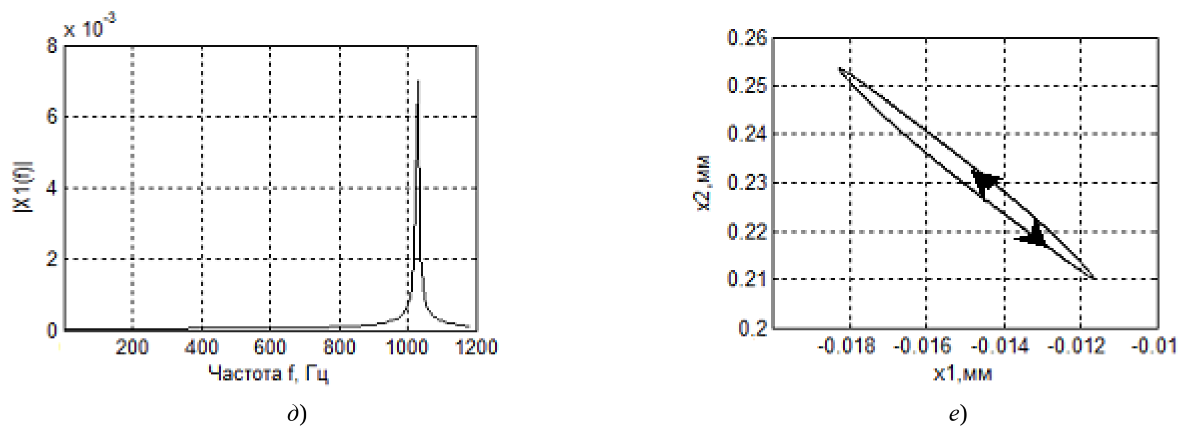


Рис. 4. Пример преобразования двухчастотного процесса в одночастотный,
то есть в орбитально-асимптотически устойчивый предельный цикл

Здесь видно, что двухчастотный процесс со временем преобразуется в одночастотный, то есть имеет место затягивание высокочастотных колебаний к низкочастотным. Аналогичная ситуация возникает и в области C — O — F. Однако здесь низкочастотный процесс стягивается к высокочастотному. Эти эффекты связаны с нелинейной диссипацией, которая учитывается дополнительной связью, формируемой в области контакта задней грани инструмента с заготовкой. Они определяются силой $F^{(2)}(dX_1/dt) = F^{(0)} \cdot \exp[-\alpha_2 dX_1/dt]\{\chi_1^{(1)}, \chi_2^{(1)}\}^T$. Приведем также спектральные характеристики колебаний (рис. 5) в направлении X_1 для точек 2, 3, 4 (левые иллюстрации), а также траектории установившихся колебаний в плоскости $X_1 - X_2$ (правые иллюстрации).





д) *е*)

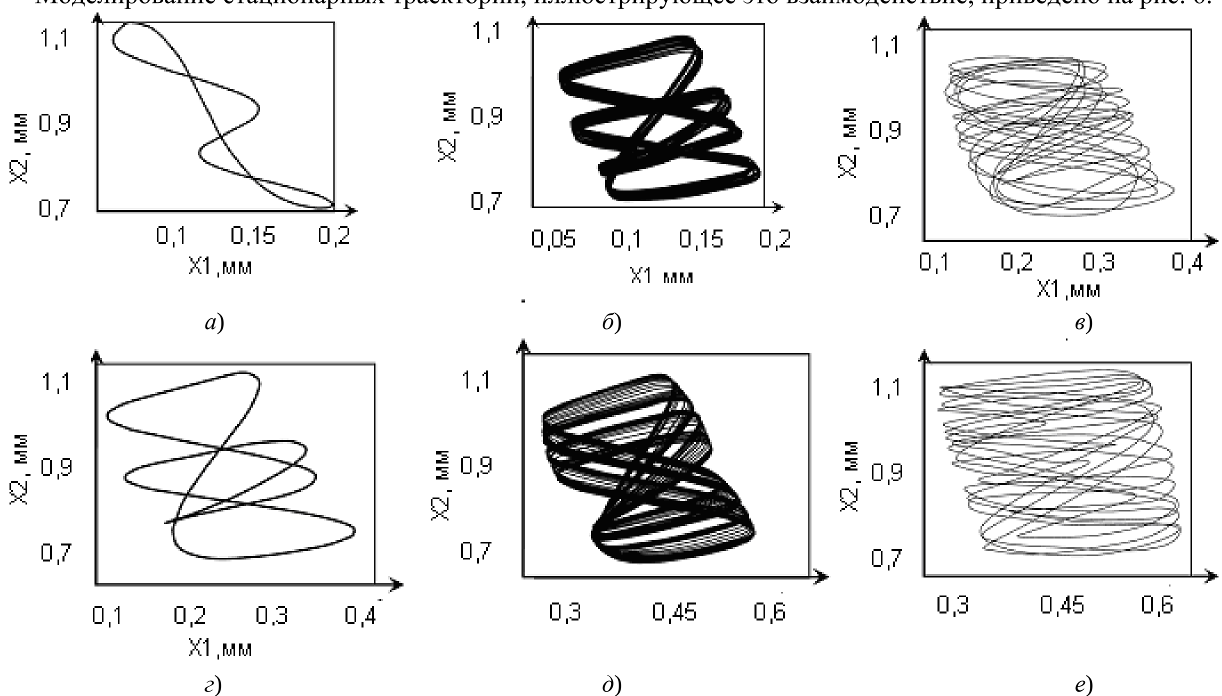
Рис. 5. Изменение спектров установившихся колебаний и их ориентация в плоскости $X_1 - X_2$ для точек 2 (*а*), (*б*); 3 (*в*), (*г*); 4 (*д*), (*е*) на рис. 2

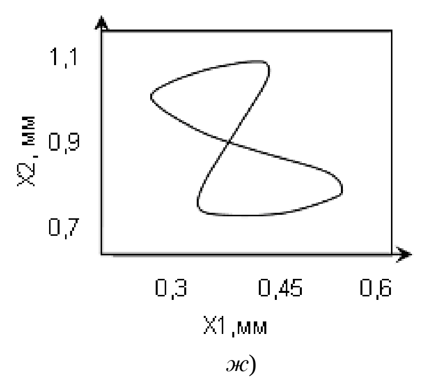
Анализ влияния упруго-диссипативных параметров подсистемы инструмента на формируемые многообразия показывает: качественно бифуркационная диаграмма соответствует рис. 2. Варьирование c и параметров динамической характеристики процесса приводит к смещениям корней характеристического полинома в комплексной плоскости. При этом корни могут сближаться. В этом случае область, в которой формируется двумерный инвариантный тор, вырождается. Таким образом, при изменении параметров упругости и диссипации подсистемы инструмента происходят изменения притягивающих множеств системы. В наших исследованиях образование хаотических аттракторов для рассматриваемой системы не обнаружено. Типичными притягивающими множествами в системе являются предельные циклы, в редких случаях — инвариантные торы.

Ситуация принципиально меняется, если в системе дополнительно существует параметрическое самовозбуждение.

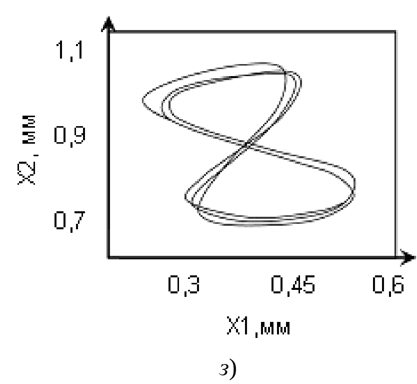
Влияние параметрического самовозбуждения. По мере увеличения частоты вращения инструмента наступает момент, когда время периодического изменения коэффициентов становится соизмеримым с импульсной реакцией системы. На практике такие условия соответствуют скоростному фрезерованию. К аналогичному эффекту приводит и уменьшение изгибной жесткости инструмента. В этом случае в системе (3), (4) дополнительно образуется источник самовозбуждения, обусловленного периодическими изменениями параметров в динамической связи. Рассмотрим систему, параметры которой без периодической составляющей соответствуют точке 1 на рис. 2. В этом случае без периодического изменения параметров в окрестности единственного равновесия системы формируется притягивающее множество типа предельного цикла на частоте, близкой к $\Omega_0 = 300 \ Гц$. За счет параметрического самовозбуждения образуется дополнительный механизм потери устойчивости. Тогда в колебаниях становится заметным взаимодействие параметрических колебаний и автоколебаний.

Моделирование стационарных траекторий, иллюстрирующее это взаимодействие, приведено на рис. 6.





ж)



з)

Рис. 6. Притягивающие множества в окрестности равновесия по мере увеличения частоты периодического изменения параметров: $\Omega = 150$ *Гц* (*а*); $\Omega = 180$ *Гц* (*б*); $\Omega = 210$ *Гц* (*в*); $\Omega = 230$ *Гц* (*г*); $\Omega = 260$ *Гц* (*д*); (*е*); $\Omega = 300$ *Гц* (*ж*); $\Omega = 320$ *Гц* (*з*)

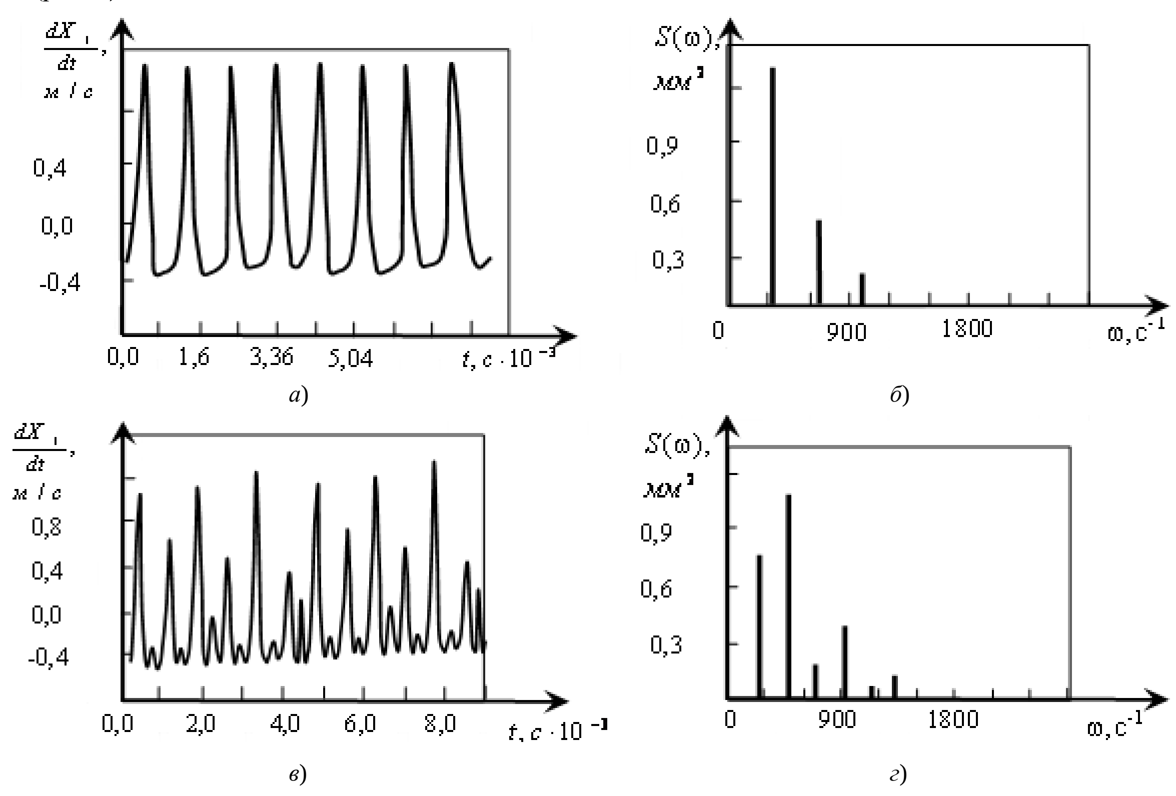
На данной иллюстрации показано изменение колебательных смещений инструмента в плоскости, нормальной к оси инструмента. Как видно, по мере увеличения частоты изменения параметров наблюдается синхронизация, в том числе дробного порядка, автоколебаний с периодическими движениями, генерируемыми переменностью параметров в уравнении (3) с учетом (4).

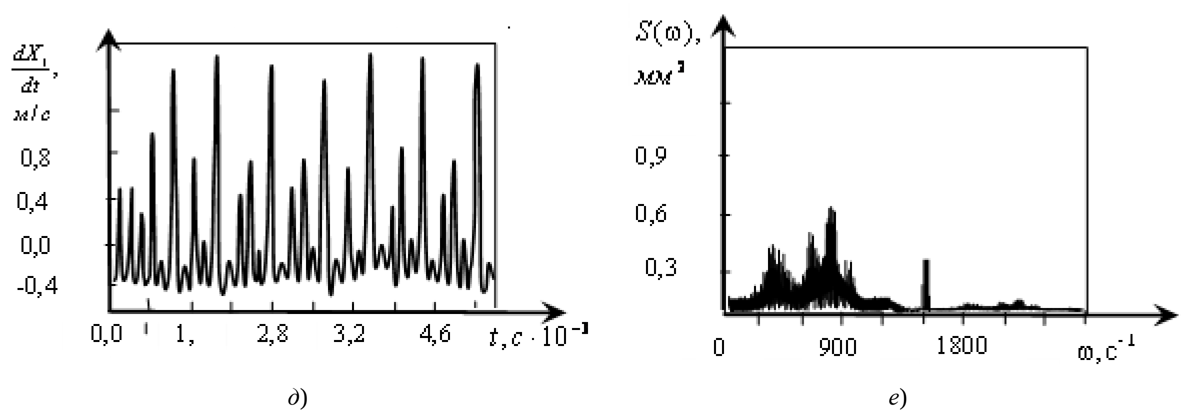
При определенных частотах, зависящих от отношения частоты периодического изменения параметров и собственных частот линеаризованной системы, образуются стационарные траектории типа инвариантного тора (рис. 6, *а*, *ж*).

Образуется также стационарная траектория, которая фактически состоит из двух чередующихся торов (рис. 6, *г*).

При переходе от одного детерминированного стационарного состояния к другому наблюдается вначале размытие траекторий (рис. 6, *б*, *д*, *з*), а затем образование хаотических колебаний (рис. 6, *в*, *е*).

Характерно, что переход к хаотическим колебаниям осуществляется через бифуркации удвоения периода по сценарию М. Фейгенбаума [60]. Для этого проанализируем временные и спектральные характеристики движений инструмента (рис. 7).





д) *е*)

Рис. 7. Временные и спектральные характеристики колебательной скорости в направлении X_1, соответствующие рис. 6 (*а*), (*б*), (*в*)

На приведенных иллюстрациях видны изменения спектральных свойств колебаний и образование через удвоение периода хаотических аттракторов.

Обсуждение результатов. Фрезерование концевыми фрезами, как правило, сопровождается образованием различных притягивающих множеств, влияющих на процесс обработки и формируемую резанием поверхность. Как показано выше, в зависимости от параметров взаимодействующих подсистем, технологических режимов и геометрии инструмента возможно образование притягивающих множеств типа предельных циклов, инвариантных торов и хаотических аттракторов. Поэтому при управлении процессом фрезерования необходимо не только обеспечивать требуемые траектории движения исполнительных элементов станка, но и заданные свойства системы, которые характеризуются типом притягивающего множества.

Известно, что, например, интенсивность изнашивания инструмента зависит от параметров его автоколебаний [7, 8]. Имеются данные о том, что возбуждение колебаний в зоне резания в отдельных случаях вызывает уменьшение интенсивности изнашивания инструмента, в других — приводит к повышенному износу. Известно также, что интенсивность изнашивания зависит от мощности необратимых преобразований подводимой от станка энергии в зоне обработки. Повышение мощности необратимых преобразований всегда увеличивает интенсивность изнашивания.

Если рассматривать динамическую структуру процесса фрезерования, то необходимо выделить те силы, которые характеризуют необратимые преобразования. Во-первых, это диссипативные силы, которые формируются симметричной составляющей матрицы скоростных коэффициентов. Кососимметричные составляющие, характеризующие гироскопические силы, на виртуальных перемещениях работу не совершают. Поэтому в матрице скоростных коэффициентов работу совершают силы, формируемые симметричной составляющей матрицы скоростных коэффициентов. Кроме этого в матрице упругости работу совершают циркуляционные силы, которые определяются кососимметричной составляющей матрицы упругости. Таким образом, при анализе влияния колебаний на интенсивность изнашивания необходимо рассматривать сумму сил, формируемых симметричной составляющей матрицы скоростных коэффициентов и кососимметричной составляющей матрицы упругости. Именно перераспределение этих сил в нелинейной системе может характеризовать уменьшение мощности необратимых преобразований в зоне резания. Этим, на наш взгляд, объясняется существование периодических траекторий движения инструмента, для которых возможно уменьшение суммарного значение мощности при определенных амплитудах и пространственной ориентации колебаний. Следует отметить, что в зависимости от частоты имеет место оптимальное значение автоколебаний, при которых стойкость максимальна.

Колебания оказывают противоречивое влияние на формируемую при резании поверхность. Здесь принципиальное значение имеет ориентация колебаний в пространстве. На рис. 8 приведен пример изменения ориентации колебаний для рассмотренной выше системы в зависимости от частоты.

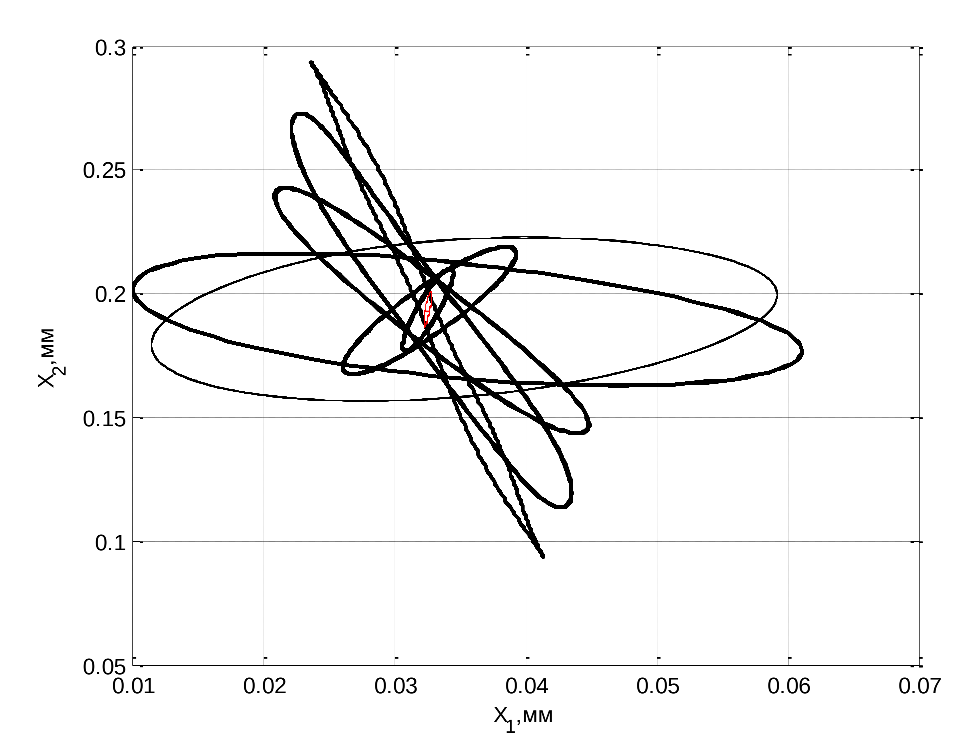


Рис. 8. Изменение ориентации колебаний инструмента в плоскости в зависимости от частоты возбуждения колебаний

Здесь в зависимости от ориентации автоколебаний в пространстве они могут приводить к уменьшению величины шероховатости формируемой поверхности. Колебания ограниченной амплитуды в направлении образующей формируемой поверхности могут существенно улучшать показатели качества формируемой поверхности. Образование автоколебаний в направлении образующей всегда ухудшают шероховатость поверхности.

Наконец, все нелинейные функции в математической модели не являются симметричными в вариациях относительно точки равновесия. Поэтому колебания вызывают смещение точки равновесия системы за счет образования динамического смещения. Это один из механизмов влияния колебаний на геометрический размер формируемой детали.

Заключение. При управлении процессами обработки на станках необходимо решать две проблемы. Первая связана с проектированием траекторий движения исполнительных элементов станков и обеспечением их асимптотической устойчивости. Вторая — с обеспечением заданных свойств траекторий, которые характеризуются типом и параметрами притягивающих множеств, формируемых в окрестностях этих траекторий. Для управления типом формируемых притягивающих множеств необходимо не только изменять технологические режимы, но и выбирать соответствующие параметры динамической структуры процесса — например, геометрические параметры инструментов.

Библиографический список

1. Пригожин, И. Порядок из хаоса / И. Пригожин, И. Стенгерс ; под общ. ред. В. И. Аршинова, Ю. Л. Климонтовича, Ю. В. Сачкова. — Москва : Прогресс, 1986. — 193 с.

2. Пригожин, И. Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой / И. Пригожин, И. Стенгерс — Москва : Едиториал УРСС, 2003. — 312 с.

3. Хакен, Г. Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах / Г. Хакен. — Москва : Мир, 1985. — 424 с.

4. Хакен, Г. Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействии / Г. Хакен. — Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. — 320 с.

5. Колесников, А. А. Синергетическая теория управления / А. А. Колесников. — Москва : Энергоатомиздат, 1994. — 344 с.

6. Синергетика и проблемы теории управления / под ред. А. А. Колесникова. — Москва : Физматлит, 2004. — 504 с.

7. Заковоротный, В. Л. Динамика процесса резания. Синергетический подход / В. Л. Заковоротный, М. Б. Флек. — Ростов-на-Дону : Терра, 2006. — 880 с.

8. Синергетический системный синтез управляемой динамики металлорежущих станков с учетом эволюции связей / В. Л. Заковоротный [и др.]. — Ростов-на-Дону : Изд-во ДГТУ, 2008. — 324 с.

9. Zakovorotny, V. L. The Problems of Control of the Evolution of the Dynamic System Interacting with the Medium / V. L. Zakovorotny, A. D. Lukyanov // International Journal of Mechanical Engineering and Automation. — 2014. — Vol. 1, № 5. — P. 271–285.

10. Заковоротный, В. Л. Свойства формообразующих движений при сверлении глубоких отверстий малого диаметра / В. Л. Заковоротный, Е. Ю. Панов, П. Н. Потапенко // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2001. — Т. 1, № 2. — С. 81–93.

11. Заковоротный, В. Л. Управление процессом сверления глубоких отверстий спиральными сверлами на основе синергетического подхода / В. Л. Заковоротный, В. П. Лапшин, И. А. Туркин // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. — 2014. — № 3 (178). — С. 33–41.

12. Заковоротный, В. Л. Особенности преобразования траекторий исполнительных элементов станка в траектории формообразующих движений инструмента относительно заготовки // В. Л. Заковоротный, Д. Т. Фам // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. — 2011. — № 4. — С. 69–75.

13. Заковоротный, В. Л. Синергетическая концепция при построении систем управления точностью изготовления деталей сложной геометрической формы // В. Л. Заковоротный, М. Б. Флек, Д. Т. Фам // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 10 (61). — С. 1785–1797.

14. Заковоротный, В. Л. Система оптимального управления процессом глубокого сверления отверстий малого диаметра / В. Л. Заковоротный, Т. Санкар, Е. В. Бордачев // СТИН. — 1994. — № 12. — С. 22.

15. Заковоротный, В. Л. Построение информационной модели динамической системы металлорежущего станка для диагностики процесса обработки / В. Л. Заковоротный, И. В. Ладник // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 1991. — № 4. — С. 75–81.

16. Тлустый, И. Автоколебания в металлорежущих станках / И. Тлустый. —Москва : Машгиз, 1956. — 395 с.

17. Tlusty, I. Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen / I. Tlusty [et al]. — Berlin : Veb Verlag Technik, 1962. — 320 p.

18. Tobias, S. A. Machine Tool Vibrations / S. A. Tobias. — London : Blackie, 1965. — 350 p.

19. Кудинов, В. А. Динамика станков / В. А. Кудинов. — Москва : Машиностроение, 1967. — 359 с.

20. Эльясберг, М. Е. Автоколебания металлорежущих станков: Теория и практика / М. Е. Эльясберг. — Санкт-Петербург : ОКБС, 1993. — 182 с.

21. Вейц, В. Л. Задачи динамики, моделирования и обеспечения качества при механической обработке маложестких заготовок / В. Л. Вейц, Д. В. Васильков // СТИН. — 1999. —№ 6.— С. 9–13.

22. Соколовский, А. П. Вибрации при работе на металлорежущих станках / А. П. Соколовский // Исследование колебаний при резании металлов. — Москва : Машгиз, 1958. — С. 15–18.

23. Мурашкин, Л. С. Прикладная нелинейная механика станков / Л. С. Мурашкин, С. Л. Мурашкин. — Ленинград : Машиностроение, 1977. — 192 с.

24. Zakovorotny, V. L. Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools / V. L. Zakovorotny // Journal of Transactions on Applied and Theoretical Mechanics. — 2015. — Vol. 10. — P. 102–116.

25. Заковоротный, В. Л. Самоорганизация и бифуркации динамической системы обработки металлов резанием / В. Л. Заковоротный, Д.-Т. Фам, В. С. Быкадор // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. — 2014. — Т. 22, № 3. — С. 26–40.

26. Заковоротный, В. Л. Влияние изгибных деформаций инструмента на самоорганизацию и бифуркации динамической системы резания металлов / В. Л. Заковоротный, Д.-Т. Фам, В. С. Быкадор // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. — 2014. — Т. 22, № 3. — С. 40–53.

27. Stepan, G. Delay-differential equation models for machine tool chatter / G. Stepan ; ed. F.-C. Moon. — New York : John Wiley, 1998. — P. 165–192.

28. Stepan, G. Delay, Parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes / G. Stepan, T. Insperge, R. Szalai // International Journal of Bifurcation and Chaos. — 2005. — Vol. 15, № 9. — P. 2783–2798.

29. Tobias, S.-A. Theory of regenerative machine tool chatter / S.-A. Tobias, W. Fishwick // The Engineer. — 1958. — Vol. 205. — P. 199–203.

30. Merritt, H.-E. Theory of self-excited machine tool chatter / H.-E. Merritt // ASME Journal of Engineering for Industry. — 1965. — Vol. 205, № 11. — P. 447–454.

31. Sridhar, R. A stability algorithm for the general milling process: Contribution to machine tool chatter research-7 / R. Sridhar, R.-E. Hohn, G.-W. Long // ASME Journal of Engineering for Industry. — 1968. — Vol. 90, № 2. — P. 330–334.

32. Altintas, Y. Analytical prediction of stability lobes in milling / Y. Altintas, E. Budak // Annals of the CIRP. — 1995. — Vol. 44, № 1. — P. 357–362.
33. Tlusty, J. Special aspects of chatter in milling / J. Tlusty, F. Ismail // ASME Journal of Vibration, Stress, and Reliability in Design. — 1983. — Vol. 105, № 1. — P. 24–32.
34. Minis, I. A new theoretical approach for the prediction of machine tool chatter in milling / I. Minis, T. Yanushevsky // Trans. ASME Journal of Engineering for Industry. — 1993. — Vol. 115, № 2. — P. 1–8.
35. Insperger, T. Stability of the milling process / T. Insperger, G. Stepan // Periodical Polytechnic-Mechanical Engineering. — 2000. — Vol. 44, № 1. — P. 47–57.
36. Budak, E. Analytical prediction of chatter stability in milling. Part I: General formulation / E. Budak, Y. Altintas // ASME Journal of dynamic systems measurement and control. — 1998. — Vol. 120, № 6 (1). — P. 22–30.
37. Budak, E. Analytical prediction of chatter stability conditions for multi-degree of systems in milling. Part II: Applications / E. Budak, Y. Altintas // ASME Journal of dynamic systems measurement and control. — 1998. — Vol. 120, № 6 (1). — P. 31–36.
38. Merdol, D. Multi-frequency solution of chatter stability for low immersion milling / D. Merdol, Y. Altintas // ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering. — 2004. — Vol. 126, № 3. — P. 459–466.
39. Stability of up-milling and down-milling. Part 1: Alternative analytical methods / T. Insperger [et al.] // International Journal of machine tools and manufacture. — 2003. — Vol. 43, № 1 — P. 25–34.
40. Kline, W.-A. The prediction of surface accuracy in end milling / W.-A. Kline, R.-E. Devor, I.-A. Shareef // ASME Journal of engineering for industry. — 1982. — Vol. 104, № 5. — P. 272–278.
41. Elbestawi, M.-A. Dynamic modeling for the prediction of surface errors in milling of thin-walled sections / M.-A. Elbestawi, R. Sagherian // Theoretical computational fluid dynamics. — 1991. — Vol. 25, № 2 — P. 215–228.
42. Campomanes, M.-L. An improved time domain simulation for dynamic milling at small radial immersions / M.-L. Campomanes, Y. Altintas // Trans. ASME Journal of manufacturing science and engineering. — 2003. — Vol. 125, № 3. — P. 416–425.
43. Paris, H. Surface shape prediction in high-speed milling // International Journal of machine tools and manufacture / H. Paris, G. Peigne, R. Mayer. — 2004. — Vol. 44, № 15. — P. 1567–1576.
44. Altintas, Y. A general mechanics and dynamics model for helical end mills / Y. Altintas, P. Lee // Annals of the CIRP. — 1996. — Vol. 45, № 1. — P. 59–64.
45. Ozturk, E. Modeling of 5-axis milling processes / E. Ozturk, E. Budak // Machining Science and Technology. — 2007. — Vol. 11, № 3. — P. 287–311.
46. Budak, E. Modeling and simulation of 5-axis milling processes / E. Budak, E. Ozturk, L.-T. Tunc // Annals of CIRP. Manufacturing Technology. — 2009. — Vol. 58, № 1. — P. 347–350.
47. Stability limits of milling considering the flexibility of the workpiece and the machine / U. Bravo [et al.] // International Journal of machine tools and manufacture. — 2005. — Vol. 45. — P. 1669–1680.
48. Modeling regenerative workpiece vibrations in five-axis milling / K. Weinert [et al.] // Production Engineering. Research and Development. — 2008. — № 2. — P. 255–260.
49. Biermann, D. A general approach to simulating workpiece vibrations during five-axis milling of turbine blades / D. Biermann, P. Kersting, T. Surmann // CIRP Annals. Manufacturing Technology. — 2010. — Vol. 59, № 1 — P. 125–128.
50. Воронов, С. А. Критерии оценки устойчивости процесса фрезерования нежестких деталей / С. А. Воронов, А. В. Непочатов, И. А. Киселев // Известия вузов. Машиностроение. — 2011. — № 1 (610). — С. 50–62.
51. Voronov, S. Dynamics of flexible detail milling / S. Voronov, I. Kiselev // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part K: Journal of Multi-body Dynamics — 2011. — Vol. 225, № 3. — P. 1177–1186.
52. Заковоротный, В. Л. Математическое моделирование и параметрическая идентификация динамических свойств подсистемы инструмента и заготовки / В. Л. Заковоротный, Д.-Т. Фам, С.-Т. Нгуен // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. (Технические науки) — 2011. — № 2. — С. 38–46.
53. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения, в задачах динамики процесса резания (скоростная связь) / В. Л. Заковоротный [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11. — № 2 (53). — С. 137–146.
54. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения (позиционная связь) / В. Л. Заковоротный [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 3 (54). — С. 301–311.
55. Заковоротный, В. Л. Моделирование деформационных смещений инструмента относительно заготовки при точении / В. Л. Заковоротный, Д. Т. Фам, С. Т. Нгуен // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2010. — Т. 10. — № 7 (50). — С. 1005–1015.

56. Данжело, Р. Линейные системы с переменными параметрами / Р. Данжело. — Москва : Машиностроение, 1974. — 287 с.

57. Понтрягин, Л. С. Избранные труды. Т. 2 / Л. С. Понтрягин. — Москва : Наука, 1988. — 576 с.

58. Тихонов, А. Н. Дифференциальные уравнения, содержащие малый параметр / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильев, В. М. Волосов // Тр. междунар. симпозиума по нелинейным колебаниям. — Киев : Изд-во АН УССР, 1963. — С. 56–61.

59. Заковоротный, В. Л., Фам, Т. Х. Параметрическое самовозбуждение динамической системы резания / В. Л. Заковоротный, Т. Х. Фам // Вестник Дон. гос. техн ун-та. — 2013. — Т. 13, № 5/6 (74). — С. 97–103.

60. Feigenbaum, M.-J. Quantitative universality for a class of nonlinear transformations / M.-J. Feigenbaum // Journal of Statistical Physics. — 1978. — Vol. 19. — P. 25–52.

References

1. Prigozhin, I., Stengers, I. Poryadok iz khaosa. [Order out of chaos.] Arshinov, V.I., Klimontovich, Y.L., Sachkov, Y.V., eds. Moscow: Progress, 1986, 193 p. (in Russian).

2. Prigozhin, I., Stengers, I. Poryadok iz khaosa. Novyy dialog cheloveka s prirodoy. [Order out of chaos. A new dialogue of man with nature.] Moscow: Editorial URSS, 2003, 312 p. (in Russian).

3. Haken, H. Sinergetika. Ierarkhiya neustoychivostey v samoorganizuyushchikhsya sistemakh i ustroystvakh. [Synergetics. Hierarchy of instabilities in self-organizing systems and devices.] Moscow: Mir, 1985, 424 p. (in Russian).

4. Haken, H. Tayny prirody. Sinergetika: uchenie o vzaimodeystvii. [Secrets of nature. Synergetics: theory of interaction.] Moscow; Izhevsk: Institute of Computer Science, 2003, 320 p. (in Russian).

5. Kolesnikov, A.A. Sinergeticheskaya teoriya upravleniya. [Synergetic theory of management.] Moscow: Energoatomizdat, 1994, 344 p. (in Russian).

6. Kolesnikov, A.A., ed. Sinergetika i problemy teorii upravleniya. [Synergetics and problems of control theory.] Moscow: Fizmatlit, 2004, 504 p. (in Russian).

7. Zakovorotny, V.L., Flek, M.F. Dinamika protsessa rezaniya. Sinergeticheskiy podkhod. [Cutting process dynamics. Synergetic approach.] Rostov-on-Don: Terra, 2006, 880 p. (in Russian).

8. Zakovorotny, V.L., et al. Sinergeticheskiy sistemnyy sintez upravlyaemoy dinamiki metallorezhushchikh stankov s uchetom evolyutsii svyazey. [Synergetic system synthesis of controlled dynamics of machine tools with coupling evolution.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2008, 324 p. (in Russian).

9. Zakovorotny, V. L., Lukyanov, A. D. The Problems of Control of the Evolution of the Dynamic System Interacting with the Medium. International Journal of Mechanical Engineering and Automation, 2014, vol. 1, no. 5, pp. 271–285.

10. Zakovorotny, V.L., Panov, E.Y., Potapenko, P.N. Svoystva formoobrazuyushchikh dvizheniy pri sverlenii glubokikh otverstiy malogo diametra. [Properties of forming movements when drilling deep pinholes.] Vestnik of DSTU, 2001, vol. 1, no. 2, pp. 81–93 (in Russian).

11. Zakovorotny, V.L., Lapshin, V.P., Turkin, I.A. Upravlenie protsessom sverleniya glubokikh otverstiy spiral'nymi sverlami na osnove sinergeticheskogo podkhoda. [Process control drilling deep holes twist drills based on the synergetic approach.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series, 2014, no. 3 (178), pp. 33–41(in Russian).

12. Zakovorotny, V.L., Pham Dinh Tung. Osobennosti preobrazovaniya traektoriy ispolnitel'nykh elementov stanka v traektorii formoobrazuyushchikh dvizheniy instrumenta otnositel'no zagotovki. [Features of transformation of machine actuator trajectories into the trajectories of forming tool movements relative to the workpiece.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series, 2011, no. 4, pp. 69–75(in Russian).

13. Zakovorotny, V.L., Flek, M.F., Pham Dinh Tung. Sinergeticheskaya kontseptsiya pri postroenii sistem upravleniya tochnost'yu izgotovleniya detaley slozhnoy geometricheskoy formy. [Synergetic concept in construction of accuracy control systems for manufacturing parts of complex geometric forms.] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 11, no. 10 (61), pp. 1785–1797 (in Russian).

14. Zakovorotny, V.L., Sankar, T., Borodachev, E.V. Sistema optimal'nogo upravleniya protsessom glubokogo sverleniya otverstiy malogo diametra. [The optimal control system of deep drilling of pinholes.] STIN, 1994, no. 12, pp. 22 (in Russian).

15. Zakovorotny, V.L., Ladnik, I.V. Postroenie informatsionnoy modeli dinamicheskoy sistemy metallorezhushchego stanka dlya diagnostiki protsessa obrabotki. [Building of data model of the machine tool dynamic system for treatment process diagnostics.] Journal of Machinery Manufacture and reliability, 1991, no. 4, pp. 75–81(in Russian).

16. Tlusty, I. Avtokolebaniya v metallorezhushchikh stankakh. [Self-oscillations in machine tools.] Moscow: Mashgiz, 1956, 395 p. (in Russian).

17. Tlusty, I., et al. Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen. Berlin: Veb Verlag Technik, 1962, 320 p.

18. Tobias, S. A. Machine Tool Vibrations. London: Blackie, 1965, 350 p.
19. Kudinov, V.A. Dinamika stankov. [Machine dynamics.] Moscow: Mashinostroenie, 1967, 359 p. (in Russian).
20. Elyasberg, M.E. Avtokolebaniya metallorezhushchikh stankov: Teoriya i praktika. [Self-oscillations of machine tools: Theory and practice.] St. Petersburg: OKBS, 1993, 182 p. (in Russian).
21. Veits, V.L., Vasilkov, D.V. Zadachi dinamiki, modelirovaniya i obespecheniya kachestva pri mekhanicheskoy obrabotke malozhestkikh zagotovok. [Problems of dynamics, simulation and quality assurance for machining low-rigid workpieces.] STIN, 1999, no. 6, pp. 9–13 (in Russian).
22. Sokolovskiy, A.P. Vibratsii pri rabote na metallorezhushchikh stankakh. Issledovanie kolebaniy pri rezanii metallov. [Vibrations at work on machine tools. Researching vibrations under metal cutting.] Moscow: Mashgiz, 1958, pp. 15–18 (in Russian).
23. Murashkin, L.S., Murashkin, S.L. Prikladnaya nelineynaya mekhanika stankov. [Applied nonlinear mechanics of machines.] Leningrad: Mashinostroenie, 1977, 192 p. (in Russian).
24. Zakovorotny, V. L. Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools. Journal of Transactions on Applied and Theoretical Mechanics, 2015, vol. 10, pp. 102–116.
25. Zakovorotny, V. L., Pham D.-T., Bykador, V.S. Samoorganizatsiya i bifurkatsii dinamicheskoy sistemy obrabotki metallov rezaniem. [Self-organization and bifurcations of dynamical metal cutting system.] Izvestia VUZ. Applied Nonlinear Dynamics, 2014, vol. 22, no. 3, pp. 26–40 (in Russian).
26. Zakovorotny, V. L., Pham D.-T., Bykador, V.S. Vliyanie izgibnykh deformatsiy instrumenta na samoorganizatsiyu i bifurkatsii dinamicheskoy sistemy rezaniya metallov. [Influence of a flexural deformation of a tool on self-organization and bifurcations of dynamical metal cutting system.] Izvestia VUZ. Applied Nonlinear Dynamics, 2014, vol. 22, no. 3, pp. 40–53 (in Russian).
27. Stepan, G.; F.-C. Moon, ed. Delay-differential equation models for machine tool chatter. New York: John Wiley, 1998, pp. 165–192.
28. Stepan, G., Insperge, T., Szalai, R. Delay, Parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2005, vol. 15, no. 9, pp. 2783–2798.
29. Tobias, S.-A., Fishwick, A. Theory of regenerative machine tool chatter. The Engineer, 1958, vol. 205, pp. 199–203.
30. Merritt, H.-E. Theory of self-excited machine tool chatter. ASME Journal of Engineering for Industry, 1965, vol. 205, no. 11, pp. 447–454.
31. Sridhar, R., Hohn, R.-E., Long, G.-W. A stability algorithm for the general milling process: Contribution to machine tool chatter research-7. ASME Journal of Engineering for Industry, 1968, vol. 90, no. 2, pp. 330–334.
32. Altintas, Y., Budak, E. Analytical prediction of stability lobes in milling. Annals of the CIRP, 1995, vol. 44, no. 1, pp. 357–362.
33. Tlusty, J., Ismail, F. Special aspects of chatter in milling. ASME Journal of Vibration, Stress, and Reliability in Design, 1983, vol. 105, no. 1, pp. 24–32.
34. Minis, I., Yanushevsk y, T. A new theoretical approach for the prediction of machine tool chatter in milling. Trans. ASME Journal of Engineering for Industry, 1993, vol. 115, no. 2, pp. 1–8.
35. Insperger, T., Stepan, G. Stability of the milling process. Periodical Polytechnic-Mechanical Engineering, 2000, vol. 44, no. 1, pp. 47–57.
36. Budak, E., Altintas, Y. Analytical prediction of chatter stability in milling. Part I: General formulation. ASME Journal of dynamic systems measurement and control, 1998, vol. 120, no. 6 (1), pp. 22– 30.
37. Budak, E., Altintas, Y. Analytical prediction of chatter stability conditions for multi-degree of systems in milling. Part II: Applications. ASME Journal of dynamic systems measurement and control, 1998, vol. 120, no. 6 (1), pp. 31–36.
38. Merdol, D., Altintas, Y. Multi-frequency solution of chatter stability for low immersion milling. ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2004, vol. 126, no. 3, pp. 459–466.
39. Insperger, T., et al. Stability of up-milling and down-milling. Part 1: Alternative analytical methods. International Journal of machine tools and manufacture, 2003, vol. 43, no. 1, pp. 25–34.
40. Kline, W.-A., Devor, R.-E., Shareef, I.-A. The prediction of surface accuracy in end milling. ASME Journal of engineering for industry, 1982, vol. 104, no. 5, pp. 272–278.
41. Elbestawi, M.-A., Sagherian, R. Dynamic modeling for the prediction of surface errors in milling of thin-walled sections. Theoretical computational fluid dynamics, 1991, vol. 25, no. 2, pp. 215–228.
42. Campomanes, M.-L., Altintas, Y. An improved time domain simulation for dynamic milling at small radial immersions. Trans. ASME Journal of manufacturing science and engineering, 2003, vol. 125, no. 3, pp. 416–425.
43. Paris, H., Peigne, G., Mayer, R. Surface shape prediction in high-speed milling. International Journal of machine tools and manufacture, Paris, 2004, vol. 44, no. 15, pp. 1567–1576.

44. Altintas, Y., Lee, P. A general mechanics and dynamics model for helical end mills. Annals of the CIRP, 1996, vol. 45, no. 1, pp. 59–64.

45. Ozturk, E., Budak, E. Modeling of 5-axis milling processes. Machining Science and Technology, 2007, vol. 11, no. 3, pp. 287–311.

46. Budak, E., Ozturk, E., Tunc, L.-T. Modeling and simulation of 5-axis milling processes. Annals of CIRP. Manufacturing Technology. 2009, vol. 58, no. 1, pp. 347–350.

47. Bravo, U., et al. Stability limits of milling considering the flexibility of the workpiece and the machine. International Journal of machine tools and manufacture, 2005, vol. 45, pp. 1669–1680.

48. Weinert, K., et al. Modeling regenerative workpiece vibrations in five-axis milling. Production Engineering. Research and Development, 2008, no. 2, pp. 255–260.

49. Biermann, D., Kersting, P., Surmann, T. A general approach to simulating workpiece vibrations during five-axis milling of turbine blades. CIRP Annals. Manufacturing Technology. 2010, vol. 59, no. 1, pp. 125–128.

50. Voronov, S.A., Nepochatov, A.V., Kiselev, I.A. Kriterii otsenki ustoychivosti protsessa frezerovaniya nezhestkikh detaley. [Stability criteria evaluation for milling process of non-rigid parts.] Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building, 2011, no. 1 (610), pp. 50–62 (in Russian).

51. Voronov, S., Kiselev, I. Dynamics of flexible detail milling. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part K: Journal of Multi-body Dynamics, 2011, vol. 225, no. 3, pp. 1177–1186.

52. Zakovorotny, V.L., Pham Dinh Tung, Nguen Xuan Chiem. Matematicheskoe modelirovanie i parametricheskaya identifikatsiya dinamicheskikh svoystv podsistemy instrumenta i zagotovki. [Mathematical modeling and parametric identification of dynamic properties of the subsystem of the cutting tool and workpiece in the turning.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series, 2011, no. 2, pp. 38–46 (in Russian).

53. Zakovorotny, V.L., et al. Modelirovanie dinamicheskoy svyazi, formiruemoy protsessom tocheniya, v zadachakh dinamiki protsessa rezaniya (skorostnaya svyaz'). [Dynamic coupling modeling formed by turning in cutting dynamics problems (velocity coupling).] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 1, no. 2 (53), pp. 137–146 (in Russian).

54. Zakovorotny, V.L., et al. Modelirovanie dinamicheskoy svyazi, formiruemoy protsessom tocheniya (pozitsionnaya svyaz'). [Dynamic coupling modeling formed by turning in cutting dynamics problems (positional coupling).] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 11, no. 3 (54), pp. 301–311 (in Russian).

55. Zakovorotny, V.L., Pham Dinh Tung, Nguen Xuan Chiem. Modelirovanie deformatsionnykh smeshcheniy instrumenta otnositel'no zagotovki pri tochenii. [Modeling of tool deformation offsetting.] Vestnik of DSTU, 2010, vol. 10, no. 7 (50), pp. 1005–1015 (in Russian).

56. Danzhelo, R. Lineynye sistemy s peremennymi parametrami. [Linear systems with variable parameters.] Moscow: Mashinostroenie, 1974, 287 p. (in Russian).

57. Pontryagin, L.S. Izbrannye trudy. T. 2. [Selecta. Vol. 2.] Moscow: Nauka, 1988, 576 p. (in Russian).

58. Tikhanov, A.N., Vasilyev, A.B., Volosov, V.M. Differentsial'nye uravneniya, soderzhashchie malyy parameter. [Differential equations containing a small parameter.] Tr. mezhdunar. simpoziuma po nelineynym kolebaniyam. [Proc. Int. Symposium on nonlinear vibrations.] Kiev: Izd-vo AN USSR, 1963, pp. 56–61 (in Russian).

59. Zakovorotny, V.L., Pham D.T. Parametricheskoe samovozbuzhdenie dinamicheskoy sistemy rezaniya. [Parametric self-excitation of cutting dynamic system.] Vestnik of DSTU, 2013, vol. 13, no. 5/6 (74), pp. 97–103 (in Russian).

60. Feigenbaum, M.-J. Quantitative universality for a class of nonlinear transformations. Journal of Statistical Physics, 1978, vol. 19, pp. 25– 52.

Поступила в редакцию 04.02.2016
Сдана в редакцию 05.02.2016
Запланирована в номер 07.07.2016